

Стохастический анализ и приложения  
ЗАДАЧИ  
26.12.2025

1. Покажите, что процесс  $S_t = S_0 e^{\mu t - \frac{\sigma^2}{2}t + \sigma W_t}$  решает уравнение  $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$ .
2. Найдите вероятность, что  $S_{2t} > 2S_t$ .
3. Пусть цена акций описывается процессом  $S_t$ , заданным выше. Найдите дисперсию цены в момент времени  $t$ .
4. Пусть цена акции описывается процессом Орнштейна-Уленбека (решение уравнения  $dS_t = \mu S_t dt + \sigma dW_t$ ). Найдите вероятность, что в момент времени  $t$  цена упадет ниже нуля  $P(S_t < 0)$ .
5. Пусть цена акции описывается процессом  $B_t = g(t)B_t dt$ . Докажите, что  $g(t) = r$  почти наверняка, где  $r$  - параметр роста безрискового вложения (банковский вклад, государственная облигация).
6. Найдите стоимость call опциона для следующих параметров: начальная цена акций 40, strike цена 45, период 4 месяца. Рост безрисковых вложений 3% в год, средний рост акций 7% в год, стандартное отклонение (волатильность) акций 40% в год. Акции не предполагают выплату дивидендов.
7. Чему равна стоимость put опциона для тех же условий?