

Стохастический анализ и приложения
ЗАДАЧИ
26.12.2025

1. Покажите, что процесс $S_t = S_0 e^{\mu t - \frac{\sigma^2}{2} t + \sigma W_t}$ решает уравнение $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$.
2. Найдите вероятность, что $S_{2t} > 2S_t$.
3. Пусть цена акций описывается процессом S_t , заданным выше. Найдите дисперсию цены в момент времени t .
4. Пусть цена акции описывается процессом Орнштейна-Уленбека (решение уравнения $dS_t = \mu S_t dt + \sigma dW_t$). Найдите вероятность, что в момент времени t цена упадет ниже нуля $P(S_t < 0)$.
5. Пусть цена акции описывается процессом $B_t = g(t)B_t dt$. Докажите, что $g(t) = r$ почти наверняка, где r - параметр роста безрискового вложения (банковский вклад, государственная облигация).
6. Найдите стоимость call опциона для следующих параметров: начальная цена акций 40, strike цена 45, период 4 месяца. Рост безрисковых вложений 3% в год, средний рост акций 7% в год, стандартное отклонение (волатильность) акций 40% в год. Акции не предполагают выплату дивидендов.
7. Чему равна стоимость put опциона для тех же условий?