

Стохастический анализ и приложения
ЗАДАЧИ
10.11.2025

Во всех задачах предполагается, что W_t - это Винеровский процесс, $\mu, \sigma, \theta, \alpha$ - константы, если не указано обратное.

1. Решите уравнение Орнштейна-Уленбека путем приведения его к линейному СДУ (здесь κ, σ, θ - константы):

$$dX_t = \kappa(\theta - X_t)dt + \sigma dW_t$$

2. Решите уравнение геометрического Броуновского движения (рассмотрите функцию $\ln X_t$):

$$dX_t = \mu X_t dt + \sigma X_t dW_t$$

3. Решить уравнение методом интегрирующего множителя:

$$dX_t = \frac{1}{X_t} dt + \alpha X_t dW_t$$

4. Найти $E[X_t]$ для процесса, заданного уравнением

$$dX_t = \kappa(\theta - X_t)dt + \sigma\sqrt{X_t}dW_t$$

5. Реализуйте метод Эйлера-Маруямы для решения СДУ и найдите решение уравнения геометрического Броуновского движения для значений $\mu = 1, \sigma = 0.5$. Отобразите результаты для различных размеров шага. Сравните с аналитическим решением.